MATHEMATIQUE

Correctif du dossier de révisions – 3e année

Voici le correctif du dossier mis en ligne le 20 mars dernier.

Il n'est pas nécessaire d'imprimer ce document.

Si vous n'avez pas su résoudre un exercice, analysez la correction et réessayez de résoudre cet exercice quelques jours plus tard.

Bonne correction.

3UAA1 : FIGURES ISOMÉTRIQUES ET FIGURES SEMBLABLES

Chapitre 7 : FIGURES ISOMÉTRIQUES

Je dois connaître :

DÉFINITION D'UNE ISOMÉTRIE :

Une isométrie est une transformation du plan qui conserve les mesures, c'est-à-dire les longueurs des segments et les amplitudes des angles.

DÉFINITION DE DEUX FIGURES ISOMÉTRIQUES :

Deux figures sont isométriques si elles sont parfaitement superposables ;

C'est-à-dire si elles sont images l'une de l'autre par une isométrie ou une suite d'isométries.

PROPRIÉTÉS DE DEUX FIGURES (OU DE DEUX TRIANGLES) ISOMÉTRIQUES :

Deux figures isométriques ont :

- ***les côtés homologues de même longueur***
- ***les angles homologues de même amplitude***

CRITÈRES D'ISOMÉTRIE DE DEUX TRIANGLES QUELCONQUES :

Deux triangles sont isométriques lorsqu'ils ont un angle de même amplitude compris entre deux côtés homologues de même longueur. (C-A-C)

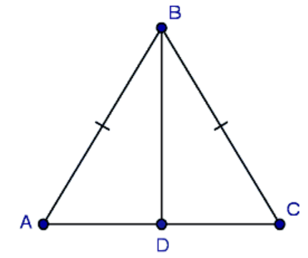
Deux triangles sont isométriques lorsqu'ils ont un côté de même longueur adjacent à deux angles homologues de même amplitude. (A-C-A)

Deux triangles sont isométriques lorsqu'ils ont les trois côtés homologues de même longueur. (C-C-C)

Je dois savoir faire :

1) Observe attentivement les notations sur les figures.
Justifie que les triangles donnés sont isométriques en énonçant le cas utilisé.
(Attention à l'ordre des sommets homologues)

ABD iso DBC

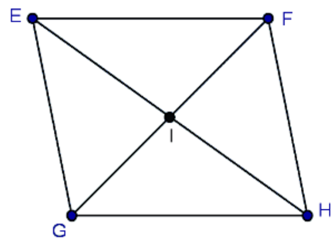


[BD] est la bisectrice de l'angle ABC

ΔABD iso ΔCBD car :
- [BD] côté commun
- $|A\hat{B}D| = |C\hat{B}D|$ car BD biss. de $A\hat{B}C$
- $|AB| = |CB|$ (codage)

2 Δ sont iso. s'ils ont 1 ∡ de m̂ ampl. compris entre 2 côtés homologues respectivement de m̂ lg. (C-A-C)

EIF iso IHG

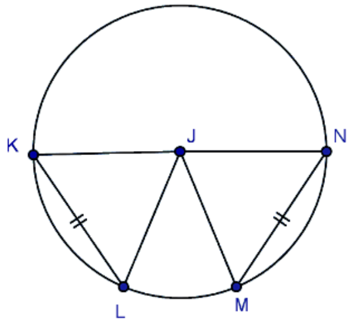


EF // GH et EG // FH

ΔEIF iso ΔHIG car :
- $|EI| = |HI|$ } car les diagonales du ▱ se coupent en leur milieu
- $|IF| = |IG|$
- $|EF| = |HG|$ car les côtés opposés du ▱ ont m̂ lg.

2 Δ sont iso. s'ils ont les 3 côtés homologues respectivement de m̂ lg. (C-C-C)

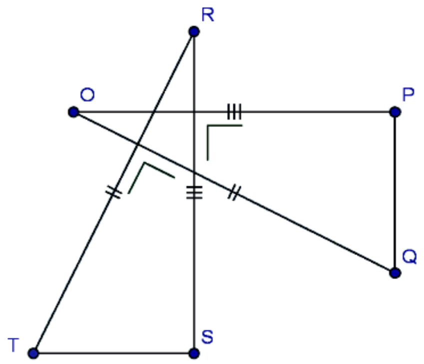
KJL iso JNM



ΔJKL iso ΔJMN car :
- $|JK| = |JM|$ } car rayons du m̂ cercle
- $|JL| = |JN|$
- $|KL| = |MN|$ (codage)

2 Δ sont iso. s'ils ont les 3 côtés homologues respectivement de m̂ lg. (C-C-C)

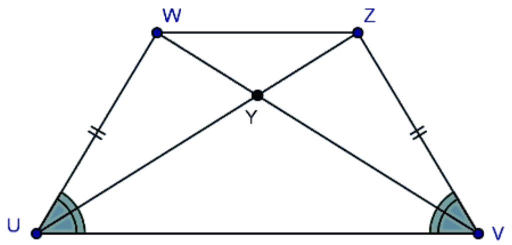
OPQ iso RTS



ΔOPQ iso ΔRST car :
- $|OP| = |RS|$ (codage)
- $|P\hat{O}Q| = |S\hat{R}T|$ car ∡ à côtés resp. ⊥
- $|OQ| = |RT|$ (codage)

2 Δ sont iso. s'ils ont 1 ∡ de m̂ ampl. compris entre 2 côtés homologues respectivement de m̂ lg. (C-A-C)

UWY iso ZUV

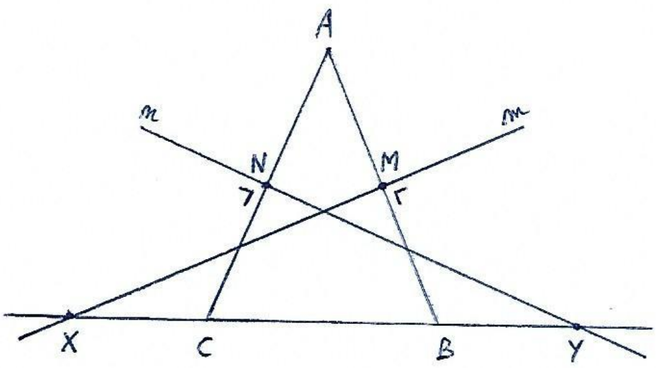


ΔUWV iso ΔVZU car :
- $|UW| = |VZ|$ (codage)
- $|W\hat{U}V| = |Z\hat{V}U|$ (codage)
- [UV] côté commun

2 Δ sont iso. s'ils ont 1 ∡ de m̂ ampl. compris entre 2 côtés homologues respectivement de m̂ lg. (C-A-C)

2) <u>Soit un triangle ABC isocèle en A. La médiatrice de [AB] coupe [AB] en M et BC en X ; la médiatrice de [AC] coupe [AC] en N et BC en Y. Démontre que les segments [BX] et [CY] ont la même longueur.</u>

<u>Dessin :</u>



<u>Hypothèse :</u> ABC Δ isocèle en A
m médiatrice de [AB]
m ∩ [AB] = {M}
m ∩ [BC] = {X}
n médiatrice de [AC]
n ∩ [AC] = {N}
n ∩ [BC] = {Y}

<u>Thèse :</u> |BX| = |CY|

<u>Démonstration :</u>

- Considérons les triangles BXM et CYN (Attention à l'ordre des sommets homologues)
- On sait que :

A - C - A
- $|\widehat{BMX}| = |\widehat{CNY}|$ car ∡ droits car m et n médiatrices
- |BM| = |CN| car $|BM| = \frac{|AB|}{2} = \frac{|AC|}{2} = |CN|$ car ABC Δ isocèle en A
- $|\widehat{MBX}| = |\widehat{NCY}|$ car les ∡ à la base d'un Δ isocèle ont la m̂ ampl.

- On en déduit que les triangles BXM et CYN sont isométriques, car ils ont un côté de m̂ lg. adjacent à 2 ∡ homologues respectivement de m̂ amplitude. (Énoncé du critère d'isométrie).
- Donc, |BX| = |CY| car les côtés homologues de 2 Δ iso. ont la m̂ lg.

CQFD

Je vérifie mes solutions et je m'évalue : ☺ 😐 ☹

Chapitre 8 : FIGURES SEMBLABLES

Je dois connaître :

DÉFINITION D'UNE SIMILITUDE :

Une similitude est une transformation du plan qui applique une figure sur une figure semblable.
Le coefficient de réduction ou d'agrandissement est appelé rapport de similitude de ces deux figures et se note k ($k \in \mathbb{R}_0^+$ ***).***

DÉFINITION DE DEUX FIGURES SEMBLABLES :

Deux figures sont semblables lorsque l'une est une réduction ou un agrandissement de l'autre et que les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.

PROPRIÉTÉS DE DEUX FIGURES (OU DE DEUX TRIANGLES) SEMBLABLES :

Deux figures semblables ont :
- des angles homologues de même amplitude ;
- des côtés homologues de longueurs proportionnelles.

CRITÈRE DE SIMILITUDE DE DEUX TRIANGLES (cas A-A) :

Deux triangles sont semblables lorsqu'ils ont deux angles homologues de même amplitude.

RAPPORT DE SIMILITUDE :

Si $k > 1$ ⇨ la similitude est ***un agrandissement.***

Si $k = 1$ ⇨ la similitude est ***une isométrie.***

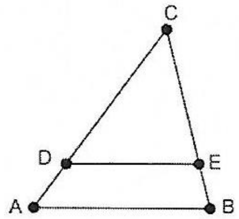
Si $k < 1$ ⇨ la similitude est ***une réduction.***

Si le rapport de similitude est k, les périmètres sont multipliés par ***k***, les aires sont multipliées par ***k²*** et les volumes sont multipliés par ***k³***.

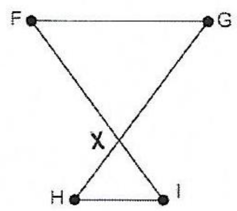
Je dois savoir faire :

1) Justifie que les triangles donnés sont semblables puis note les proportions correspondantes.

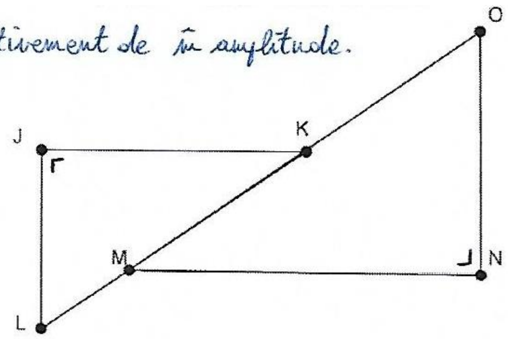
2 Δ sont semblables s'ils ont 2 ∡ homologues respectivement de m̄ amplitude.



AB //DE



FG // HI



JK // MN

Δ ACB
Δ DCE
car $\begin{cases} \hat{C}\ \text{∡ commun} \\ |\widehat{CAB}| = |\widehat{CDE}| \end{cases}$
car ∡ corresp. (AB//DE et AC X)

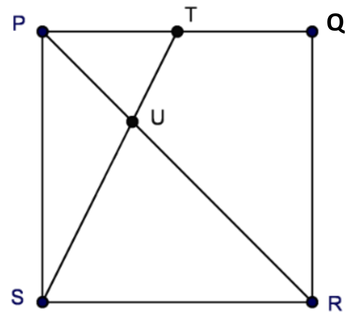
$\Rightarrow \dfrac{|AC|}{|DC|} = \dfrac{|CB|}{|CE|} = \dfrac{|AB|}{|DE|}$

Δ FGX
Δ IHX
car $\begin{cases} |\widehat{FXG}| = |\widehat{IXH}| \text{ car ∡ opposés par le sommet} \\ |\widehat{FGX}| = |\widehat{IHX}| \text{ car ∡ alt. int. (FG//HI et GH X)} \end{cases}$

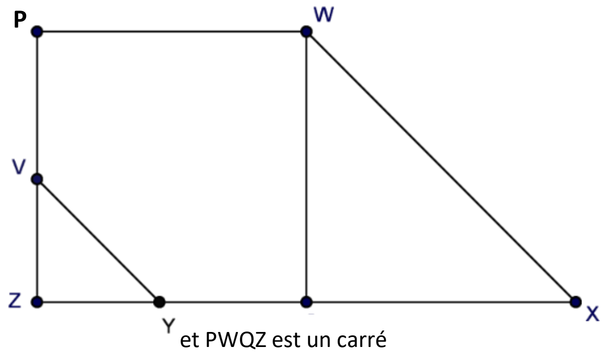
$\Rightarrow \dfrac{|FG|}{|IH|} = \dfrac{|GX|}{|HX|} = \dfrac{|FX|}{|IX|}$

Δ LJK
Δ ONM
car $\begin{cases} |\widehat{JKL}| = |\widehat{NMO}| \text{ car ∡ alt. int. (JK//MN et KM X)} \\ |\widehat{LJK}| = |\widehat{ONM}| = 90° \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{|LJ|}{|ON|} = \dfrac{|JK|}{|NM|} = \dfrac{|LK|}{|OM|}$



PQRS est un carré



et PWQZ est un carré

VY // WX

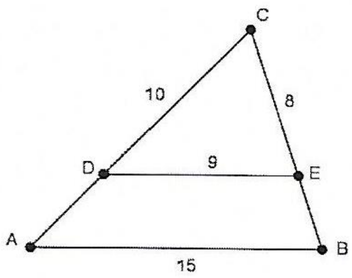
ΔPTU, ΔRSU car $\begin{cases} |P\hat{U}T| = |R\hat{U}S| \text{ car } \sphericalangle \text{ opposés par le sommet} \\ |P\hat{T}U| = |R\hat{S}U| \text{ car } \sphericalangle \text{ alt-int. } (PT /\!/ RS \text{ et } TS \nparallel) \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{|PT|}{|RS|} = \dfrac{|TU|}{|SU|} = \dfrac{|PU|}{|RU|}$

ΔVZY, ΔWQX car $\begin{cases} |V\hat{Z}Y| = |W\hat{Q}X| = 90° \\ |V\hat{Y}Z| = |W\hat{X}Q| \text{ car } \sphericalangle \text{ corresp.} \\ (VY /\!/ WX \text{ et } ZX \nparallel) \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{|VZ|}{|WQ|} = \dfrac{|ZY|}{|QX|} = \dfrac{|VY|}{|WX|}$

2) Sur la figure ci-contre, les droites AB et DE sont parallèles.
Cite deux triangles semblables et justifie.
Déduis-en les proportions.
Calcule les longueurs des côtés [AC] et [BC].
Compare les aires des deux triangles.



ΔCDE, ΔCAB car $\begin{cases} \hat{C} \ \sphericalangle \text{ commun} \\ |C\hat{D}E| = |C\hat{A}B| \text{ car } \sphericalangle \text{ corresp.} \\ (AB /\!/ DE \text{ et } AC \nparallel) \end{cases}$

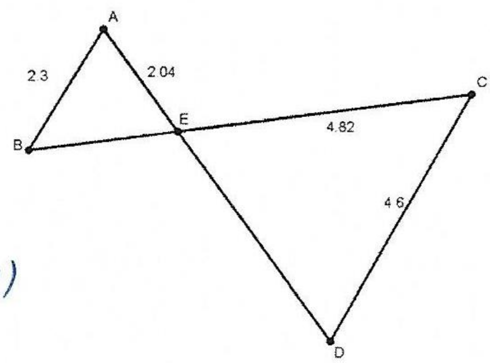
2 Δ sont sembl. s'ils ont 2 ∡ homol. de m̃ ampl.

$\Rightarrow \dfrac{|CD|}{|CA|} = \dfrac{|DE|}{|AB|} = \dfrac{|CE|}{|CB|}$

$\dfrac{10}{|CA|} = \dfrac{9}{15} \Leftrightarrow 9.|CA| = 10.15$
$\Leftrightarrow |CA| = \dfrac{150}{9}$
$\Leftrightarrow |CA| = \dfrac{50}{3}$

$\dfrac{9}{15} = \dfrac{8}{|CB|} \Leftrightarrow 9.|CB| = 15.8$
$\Leftrightarrow |CB| = \dfrac{120}{9}$
$\Leftrightarrow |CB| = \dfrac{40}{3}$

3) Sur la figure ci-contre, les droites AB et CD sont parallèles.
Cite deux triangles semblables et justifie.
Déduis-en les proportions.
Calcule les longueurs des côtés [BE] et [DE].
Compare les périmètres des deux triangles.



ΔAEB, ΔDEC car $\begin{cases} |A\hat{E}B| = |D\hat{E}C| \text{ car } \sphericalangle \text{ opposés par le sommet} \\ |A\hat{B}E| = |D\hat{C}E| \text{ car } \sphericalangle \text{ alt.-int. } (AB /\!/ CD \text{ et } BC \nparallel) \end{cases}$

2 Δ sont sembl. s'ils ont 2 ∡ homol. de m̃ ampl.

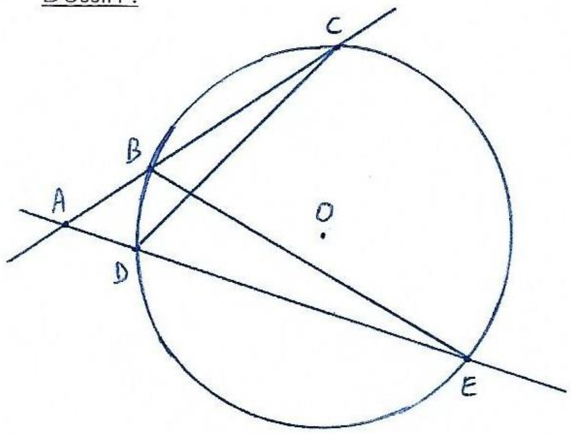
$\Rightarrow \dfrac{|AE|}{|DE|} = \dfrac{|EB|}{|EC|} = \dfrac{|AB|}{|DC|}$

$\dfrac{2{,}04}{|DE|} = \dfrac{2{,}3}{4{,}6} \Leftrightarrow 2{,}3.|DE| = 2{,}04.4{,}6$
$\Leftrightarrow |DE| = \dfrac{2{,}04.\cancel{4{,}6}^{\,2}}{\cancel{2{,}3}_{\,1}}$
$\Leftrightarrow |DE| = 4{,}08$

$\dfrac{|EB|}{4{,}82} = \dfrac{2{,}3}{4{,}6} \Leftrightarrow 4{,}6.|EB| = 4{,}82.2{,}3$
$\Leftrightarrow |EB| = \dfrac{4{,}82.\cancel{2{,}3}^{\,1}}{\cancel{4{,}6}_{\,2}}$
$\Leftrightarrow |EB| = 2{,}41$

4) <u>D'un point A extérieur à un cercle $\mathcal{C}$, on trace deux sécantes à ce cercle ; l'une coupe le cercle en B et C (B ∈ [AC]) et l'autre en D et E (D ∈ [AE]). Démontre que |AB|.|AC| = |AD|.|AE|</u>

Dessin :



Hypothèse : $\mathcal{C}$ cercle de centre O et de rayon r.
B, C, D et E ∈ $\mathcal{C}$
BC ∩ DE = {A}
A est extérieur à $\mathcal{C}$

Thèse : $|AB| . |AC| = |AD| . |AE|$

Démonstration :

- Considérons les triangles ABE et ADC (Attention à l'ordre des sommets homologues)
- $\Delta ABE \sim \Delta ADC$ car :
  - $|\widehat{BAE}| = |\widehat{DAC}|$ car $\hat{A}$ ∡ commun
  - $|\widehat{AEB}| = |\widehat{ACD}|$ car dans un cercle, 2 ∡ inscrits interceptant le m̃ arc ont la m̃ amplitude (arc $\widehat{BD}$)
- On en déduit que les triangles ABE et ADC sont semblables, car ils ont deux angles homologues respectivement de même amplitude.

  (Énoncé du critère de similitude).
- Donc, $\dfrac{|AB|}{|AD|} = \left(\dfrac{|BE|}{|DC|}\right) = \dfrac{|AE|}{|AC|}$ car les côtés homologues de deux triangles semblables ont des longueurs proportionnelles.
- Conclusion : $|AB| . |AC| = |AD| . |AE|$ car dans toute proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

CQFD

Je vérifie mes solutions et je m'évalue : ☺ 😐 ☹

Chapitre 9 : THÉORÈME DE THALÈS

Je dois connaître :

ÉNONCÉ GÉNÉRAL DU THÉORÈME DE THALÈS :

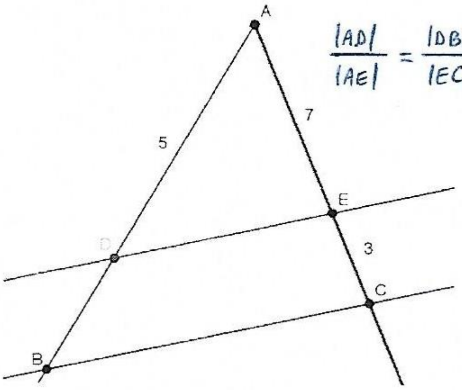
Des droites parallèles qui coupent des droites sécantes déterminent sur ces sécantes des segments homologues de longueurs proportionnelles.

RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS :

Si des droites coupent des droites sécantes en déterminant sur celles-ci des segments homologues de longueurs proportionnelles, alors ces droites sont parallèles entre elles.

Je dois savoir faire :

1) Sur la figure ci-contre, DE // BC.
Déduis-en les proportions et calcule $|BD|$, $|AB|$ et $|AC|$.



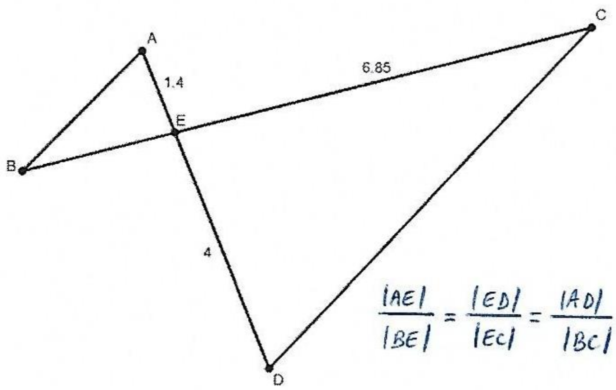
$$\frac{|AD|}{|AE|} = \frac{|DB|}{|EC|} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

$|AC| = 7 + 3 = 10$

$\frac{5}{7} = \frac{|DB|}{3} \Leftrightarrow 7.|DB| = 5.3 \Leftrightarrow |DB| = \frac{15}{7}$

$|AB| = 5 + \frac{15}{7} = \frac{35+15}{7} = \frac{50}{7}$

2) Sur la figure ci-contre, AB // CD.
Déduis-en les proportions et calcule $|AD|$, $|BE|$ et $|BC|$.



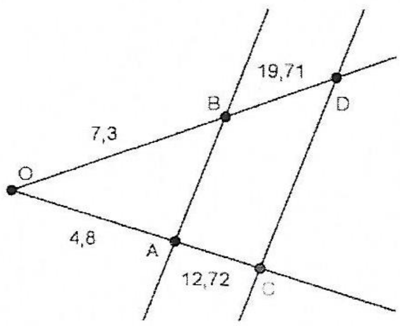
$$\frac{|AE|}{|BE|} = \frac{|ED|}{|EC|} = \frac{|AD|}{|BC|}$$

$|AD| = 1{,}4 + 4 = 5{,}4$

$\frac{1{,}4}{|BE|} = \frac{4}{6{,}85} \Leftrightarrow 4.|BE| = 1{,}4.6{,}85 \Leftrightarrow |BE| = 2{,}3975$

$|BC| = 2{,}3975 + 6{,}85 = 9{,}2475$

3) Dans la figure ci-dessous, peut-on affirmer que AB // CD ? Justifie.



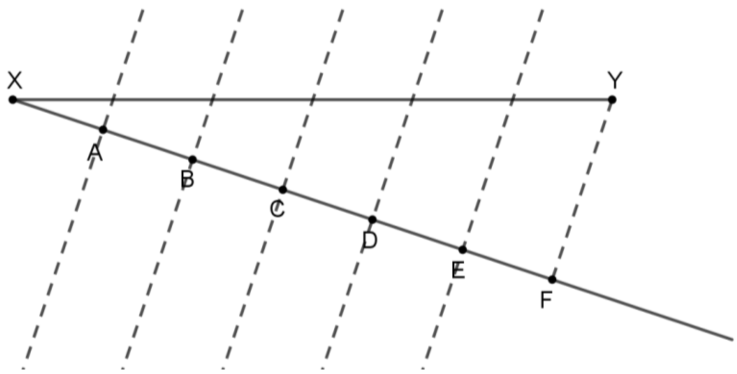
$$\frac{|OB|}{|OA|} \neq \frac{|BD|}{|AC|} \left(\neq \frac{|OD|}{|OC|}\right)$$

$\frac{7{,}3}{4{,}8} \neq \frac{19{,}71}{12{,}72} \Leftrightarrow 7{,}3.12{,}72 \neq 4{,}8.19{,}71$

$\Leftrightarrow 92{,}856 \neq 94{,}608$

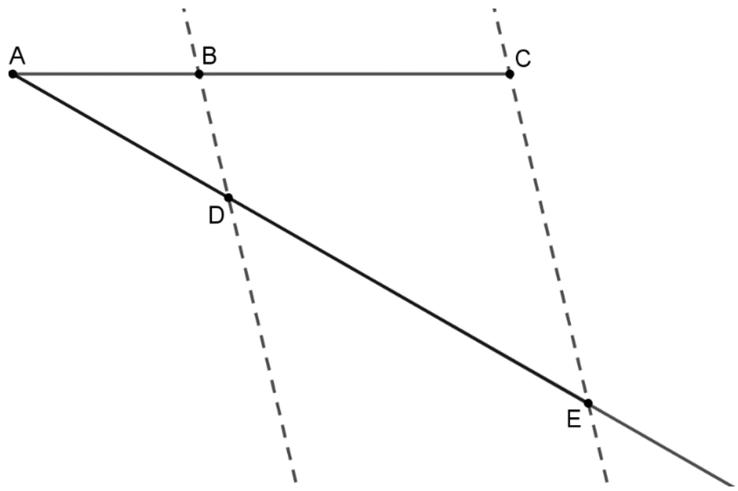
$AB \not\parallel CD$

4) Partage un segment de 10cm en 6 segments consécutifs de même longueur.



a) Trace un segment de droite [XY] de 10cm de longueur.
b) Trace une demi-droite d'origine X, sécante au segment de droite [XY].
c) Sur cette demi-droite, construis 6 segments consécutifs de même longueur : [XA], [AB], [BC], [CD], [DE] et [EF].
d) Trace le segment de droite [FY].
e) Par les points E, D, C, B et A, trace les droites parallèles au segment de droite [FY].
f) Ces droites partagent le segment de droite [XY] en 6 segments consécutifs de même longueur.

5) Détermine graphiquement la 4ème proportionnelle à 3, 4 et 5 et vérifie algébriquement.



a) Trace un segment de droite [AB] de 3cm et un segment de droite [BC] de 5cm, tels que les 3 points A, B et C soient alignés.
b) Trace une demi-droite d'origine A, sécante au segment de droite [AC].
c) Sur cette demi-droite, trace un segment de droite [AD] de 4cm.
d) Trace la droite BD.
e) Par le point C, trace la droite parallèle à la droite BD. Elle coupe la demi-droite [AD en un point E.
f) La longueur du segment de droite [DE] est la 4ème proportionnelle à 3, 4 et 5.

Algébriquement : $\frac{3}{4} = \frac{5}{x} \Leftrightarrow 3 . x = 4 . 5$

$\Leftrightarrow 3x = 20$

$\Leftrightarrow x = \frac{20}{3}$

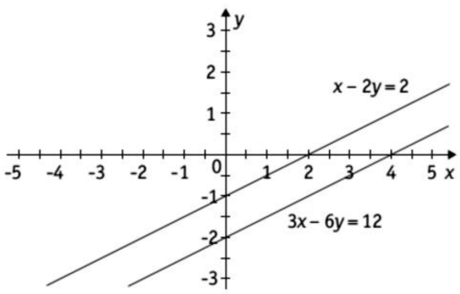
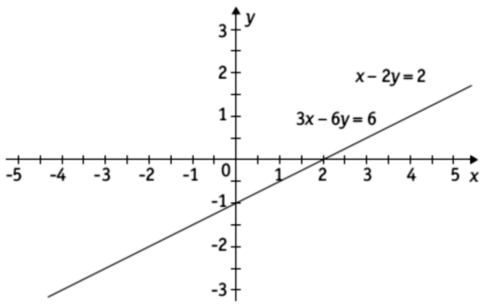
$\Leftrightarrow x = 6{,}67$

Je vérifie mes solutions et je m'évalue : ☺ 😐 ☹

3UAA5 : OUTILS ALGÉBRIQUES

Chapitre 6 : SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

Je dois connaître :

	Système impossible	Système indéterminé
Exemples :	$\begin{cases} x-2y=2 \\ 3x-6y=12 \end{cases}$	$\begin{cases} x-2y=2 \\ 3x-6y=6 \end{cases}$
Graphiques :		
Caractéristiques des graphiques :	Les droites sont ***parallèles distinctes***	Les droites sont ***parallèles confondues***
Nbres de points d'intersection entre les droites :	***aucun***	***une infinité***
Nombre de solutions :	Système ***impossible*** **S =** $\varnothing$	Système ***indéterminé*** **S = { (x ; y) : x – 2y = 2 }**

Je dois savoir faire :

1) <u>Résous graphiquement et algébriquement (par la méthode de ton choix) les systèmes suivants :</u>
(Sur feuille annexe)

$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 7x + y = 10 \\ 6x - 2y = 20 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 5x + 4y = 14 \\ 2x - 2y = 20 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 6x - y = 2 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$

Remarque : concernant la résolution algébrique, les deux premiers exercices sont résolus par la méthode de substitution et les deux derniers par la méthode des combinaisons linéaires.

1) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 3 \\ 2x + (3x-3) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 3 \\ 2x + 3x = 7 + 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 3 \\ 5x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3.2 - 3 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

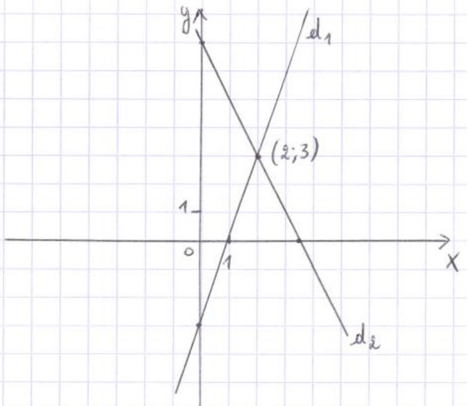
$S = \{(2;3)\}$

$d_1 \equiv 3x - y = 3$

x	0	1
y	-3	0

$d_2 \equiv 2x + y = 7$

x	0	$\frac{7}{2}$
y	7	0



2) $\begin{cases} 7x + y = 10 \\ 6x - 2y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 7x \\ 6x - 2(10 - 7x) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 7x \\ 6x - 20 + 14x = 20 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 7x \\ 6x + 14x = 20 + 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 7x \\ 20x = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 7x \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - 7.2 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 2 \end{cases}$

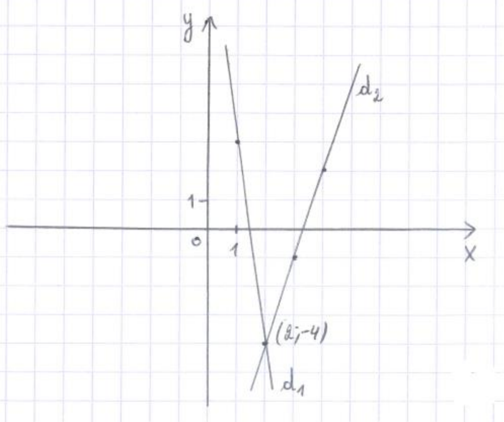
$S = \{(2;-4)\}$

$d_1 \equiv 7x + y = 10$

x	2	1
y	-4	3

$d_2 \equiv 6x - 2y = 20$

x	4	3
y	2	-1



1) $\begin{cases} 5x + 4y = 14 \\ 2x - 2y = 20 \end{cases}$ $\begin{vmatrix} \cdot 1 \\ \cdot 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} \cdot 2 \\ \cdot (-5) \end{vmatrix}$

$$\begin{array}{rl} & 5x + 4y = 14 \\ + & 4x - 4y = 40 \\ \hline & 9x + 0y = 54 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & 10x + 8y = 28 \\ + & -10x + 10y = -100 \\ \hline & 0x + 18y = -72 \end{array}$$

$\Leftrightarrow x = \frac{54}{9}$ $\qquad$ $\Leftrightarrow y = \frac{-72}{18}$

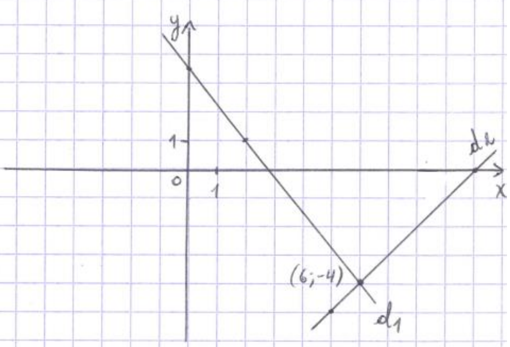
$\Leftrightarrow x = 6$ $\qquad$ $\Leftrightarrow y = -4$ $\qquad$ $S = \{(6;-4)\}$

$d_1 \equiv 5x + 4y = 14$

x	2	0
y	1	$\frac{7}{2}$

$d_2 \equiv 2x - 2y = 20$

x	5	10
y	-5	0



2) $\begin{cases} 6x - y = 2 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ $\begin{vmatrix} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} \cdot 1 \\ \cdot (-3) \end{vmatrix}$

$$\begin{array}{rl} & 6x - y = 2 \\ + & 2x + y = 2 \\ \hline & 8x + 0y = 4 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & 6x - y = 2 \\ + & -6x - 3y = -6 \\ \hline & 0x - 4y = -4 \end{array}$$

$\Leftrightarrow x = \frac{4}{8}$ $\qquad$ $\Leftrightarrow y = \frac{-4}{-4}$

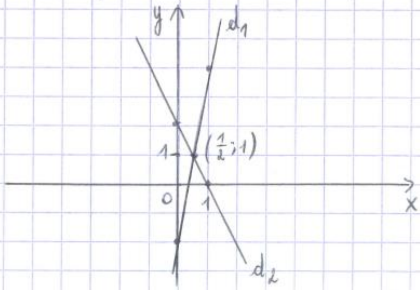
$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\Leftrightarrow y = 1$ $\qquad$ $S = \{(\frac{1}{2};1)\}$

$d_1 \equiv 6x - y = 2$

x	0	1
y	-2	4

$d_2 \equiv 2x + y = 2$

x	0	1
y	2	0



Je vérifie mes solutions et je m'évalue : ☺ 😐 ☹

Chapitre 10 : PUISSANCES À EXPOSANTS ENTIERS

Je dois connaître :

DÉFINITION D'UNE PUISSANCE À EXPOSANT ENTIER :

En français :

Si a est un réel non nul et n est un naturel non nul, alors :
a^{-n} est ***l'inverse de la nème puissance de a***
ou a^{-n} est ***la nème puissance de l'inverse de a***

En math :

Si $a \in R_0$ et si $n \in N_0$, alors : $\boldsymbol{a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}}$

Si a et b $\in R_0$ et si n $\in N_0$, alors : $\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}}$

Conséquences :

Si a et b $\in R_0$ et si m et n $\in N_0$, alors : $\frac{1}{a^{-n}} = \boldsymbol{a^n}$; $\frac{a^{-m}}{b^{-n}} = \boldsymbol{\frac{b^n}{a^m}}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \boldsymbol{\frac{b^n}{a^n}}$; $(-a)^{-n} = \boldsymbol{\frac{1}{(-a)^n}}$

PROPRIÉTÉS DES PUISSANCES À EXPOSANTS ENTIERS :

En français :

1) Produit de puissances de même base :

Pour multiplier des puissances de même base, ***on conserve la base et on additionne les exposants.***

2) Quotient de puissances de même base :

Pour diviser des puissances de même base, ***on conserve la base et on soustrait les exposants.***

3) Puissance d'une puissance :

Pour élever une puissance à une puissance, ***on conserve la base et on multiplie les exposants.***

4) Puissance d'un produit :

Pour élever un produit à une puissance, ***on élève chaque facteur à cette puissance.***

5) Puissance d'un quotient :

Pour élever un quotient (fraction) à une puissance, ***on élève le dividende (numérateur) et le diviseur (dénominateur) à cette puissance.***

En math : Si a et b $\in R_0$ et si n et p $\in Z_0$, alors :

1) Produit de puissances de même base :

$a^n . a^p = \boldsymbol{a^{n+p}}$

2) Quotient de puissances de même base :

$\frac{a^n}{a^p} = \boldsymbol{a^{n-p}}$

3) Puissance d'une puissance :

$(a^n)^p = \boldsymbol{a^{n.p}}$

4) Puissance d'un produit :

$(a.b)^n = \boldsymbol{a^n b^n}$

5) Puissance d'un quotient :

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \boldsymbol{\frac{a^n}{b^n}}$

Je dois savoir faire :

1. Calcule (Rappel : il faut d'abord rendre les exposants positifs) :

$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$	$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{-1}{125}$	$(-4)^{-4} = \frac{1}{(-4)^4} = \frac{1}{256}$	$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000}$
$4^5 = 1024$	$(-6)^3 = -216$	$7^{-3} = \frac{1}{7^3} = \frac{1}{343}$	$(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$	$-2^{-5} = -\frac{1}{2^5} = -\frac{1}{32}$
$\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{625}{81}$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$	$\left(\frac{4}{-3}\right)^{-5} = \left(\frac{-3}{4}\right)^5 = \frac{-243}{1024}$	$\left(\frac{7}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{64}{343}$	$\left(\frac{11}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{11}\right)^2 = \frac{81}{121}$
$\frac{4}{5^{-2}} = 4.5^2 = 100$	$\frac{7^{-3}}{4^2} = \frac{1}{4^2.7^3} = \frac{1}{5488}$	$\frac{(-5)^4}{3^{-2}} = (-5)^4.3^2 = 5625$	$\frac{(-8)^{-2}}{5^{-3}} = \frac{5^3}{(-8)^2} = \frac{125}{64}$	$\frac{9^{-1}}{(-5)^{-3}} = \frac{(-5)^3}{9^1} = \frac{-125}{9}$

2. Utilise les propriétés des puissances pour calculer :

$5^{-2}.5^3 = 5^1 = 5$	$(3^{-2})^{-1} = 3^2 = 9$	$\frac{2^{-13}}{2^{-15}} = \frac{2^{15}}{2^{13}} = 2^2 = 4$
$4^{-7}.4^{-3}.4^{13} = 4^3 = 64$	$(3^{-2})^3.(3^{-3})^{-2} = 3^{-6}.3^6 = 3^0 = 1$	$\frac{2^{-3}.2^7}{2^{-12}.2^{14}} = \frac{2^4}{2^2} = 2^2 = 4$

3. Réduis les expressions suivantes :
(Conseil : travaille d'abord entre les parenthèses pour supprimer les exposants négatifs)

$(5a^{-3})^2 = \left(\frac{5}{a^3}\right)^2 = \frac{25}{a^6}$	$\left(\frac{a^{-5}}{b^4}\right)^3 = \left(\frac{1}{a^5b^4}\right)^3 = \frac{1}{a^{15}b^{12}}$	$\left(\frac{-x^7y^{-2}}{x^3y^5}\right)^{-6} = \left(\frac{-x^4}{y^7}\right)^{-6} = \left(\frac{-y^7}{x^4}\right)^6 = \frac{y^{42}}{x^{24}}$
$(8x^{-1})^{-2} = \left(\frac{8}{x}\right)^{-2} = \left(\frac{x}{8}\right)^2 = \frac{x^2}{64}$	$\left(\frac{7x^{-2}}{y^{-5}}\right)^{-2} = \left(\frac{7y^5}{x^2}\right)^{-2} = \left(\frac{x^2}{7y^5}\right)^2 = \frac{x^4}{49y^{10}}$	$\left(\frac{-9c^{-5}}{-2d^{-3}}\right)^{-2} = \left(\frac{9d^3}{2c^5}\right)^{-2} = \left(\frac{2c^5}{9d^3}\right)^2 = \frac{4c^{10}}{81d^6}$
$(3a^{-5}b^4)^2 = \left(\frac{3b^4}{a^5}\right)^2 = \frac{9b^8}{a^{10}}$	$\left(\frac{-5c^{-2}}{d^3}\right)^{-4} = \left(\frac{-5}{c^2d^3}\right)^{-4} = \left(\frac{c^2d^3}{-5}\right)^4 = \frac{c^8d^{12}}{625}$	$\left(\frac{-4a^2}{5b^9c^{-3}}\right)^{-4} = \left(\frac{-4a^2c^3}{5b^9}\right)^{-4} = \left(\frac{5b^9}{-4a^2c^3}\right)^4 = \frac{625b^{36}}{256a^8c^{12}}$
$(6x^8y^{-3})^{-2} = \left(\frac{6x^8}{y^3}\right)^{-2} = \left(\frac{y^3}{6x^8}\right)^2 = \frac{y^6}{36x^{16}}$	$\frac{(-4x^3y^5)^{-2}}{(3x^{-2}y^3)^{-1}} = \frac{3}{16x^8y^7}$ Verso	$\frac{(x^{-11}y^7)^{-6}}{(x^8y^9)^{-3}} = \frac{x^{90}}{y^{15}}$ Verso

4. Calcule en utilisant la notation scientifique :
(Rappel : on transforme en notation scientifique avant d'effectuer les opérations)

$A = 5000^3 = (5.10^3)^3 = 125.10^9 = 1,25.10^{11}$

$B = 0,0025^2 = (2,5.10^{-3})^2 = 6,25.10^{-6}$

$C = 2000^{-3} = (2.10^3)^{-3} = \frac{1}{8}.10^{-9} = 0,125.10^{-9} = 1,25.10^{-10}$

$D = 0,00005^2 = (5.10^{-5})^2 = 25.10^{-10} = 2,5.10^{-9}$

$$E = \frac{5000^3.0,0025^2}{2000^{-3}.0,00005^2} = \frac{\overset{1}{\cancel{1,25}}.10^{11}.\overset{2,5}{\cancel{6,25}}.10^{-6}}{\underset{1}{\cancel{1,25}}.10^{-10}.\underset{1}{\cancel{2,5}}.10^{-9}} = \frac{2,5.10^5}{10^{-19}} = 2,5.10^{24}$$

Je vérifie mes solutions et je m'évalue : ☺ 😐 ☹